

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого»

Институт компьютерных наук и кибербезопасности

Высшая школа технологий искусственного интеллекта

Направление: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Лабораторная работа №5
по дисциплине
«Генетические алгоритмы»
Вариант 18

Студент,

группы 5130201/20101

_____ Тищенко А. А.

Преподаватель

_____ Большаков А. А.

« _____ » _____ 2025г.

Санкт-Петербург, 2025

Содержание

1	Постановка задачи	3
2	Теоретические сведения	4
2.1	Общие сведения	4
2.2	Двукратная эволюционная (1+1)-стратегия	5
2.3	Правило успеха 1/5	6
2.4	Многократная эволюционная стратегия	6
3	Особенности реализации	8
3.1	Структура модулей	8
3.2	Модуль functions.py	8
3.3	Модуль es.py	9
3.3.1	Структуры данных	9
3.3.2	Рекомбинация	9
3.3.3	Мутация	10
3.3.4	Создание потомков	11
3.3.5	Селекция	11
3.4	Главная функция алгоритма	11
4	Результаты работы	13
5	Исследование параметров	16
5.1	Проведение измерений	16
5.2	Анализ результатов	17
6	Ответ на контрольный вопрос	18
	Заключение	19
	Список литературы	20

1 Постановка задачи

В данной работе были поставлены следующие задачи:

- Изучить теоретический материал;
- Ознакомиться с вариантами кодирования хромосомы;
- Рассмотреть способы выполнения операторов репродукции, кроссинговера и мутации;
- Выполнить индивидуальное задание на любом языке высокого уровня

Индивидуальное задание вариант 18:

Дано: Функция Axis parallel hyper-ellipsoid function.

Общая формула для n-мерного случая:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n i \cdot x_i^2$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, область определения $x_i \in [-5.12, 5.12]$ для всех $i = 1, \dots, n$.

Для двумерного случая (n=2):

$$f(x, y) = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 = x^2 + 2y^2$$

область нахождения решения $x \in [-5.12, 5.12], y \in [-5.12, 5.12]$.

Глобальный минимум: $f(\mathbf{x}) = 0$ в точке $x_i = 0$ для всех $i = 1, \dots, n$. Для двумерного случая: $\min f(x, y) = f(0, 0) = 0$.

Требуется:

1. Реализовать программу на языке Python, использующую эволюционную стратегию для поиска минимума функции axis parallel hyper-ellipsoid;
2. Для $n = 2$ построить визуализацию поверхности и траектории поиска: отображать найденный экстремум и расположение популяции на каждом шаге, обеспечить пошаговый режим;
3. Исследовать влияние основных параметров ЭС (размер популяции, стратегия мутации, вероятность рекомбинации) на скорость сходимости, число поколений и точность результата;
4. Повторить вычислительный эксперимент для $n = 3$ и сопоставить затраты времени и качество найденного решения.

2 Теоретические сведения

2.1 Общие сведения

Эволюционные стратегии (ЭС), также как и генетические алгоритмы, основаны на эволюции популяции потенциальных решений, но, в отличие от них, здесь используются генетические операторы на уровне фенотипа, а не генотипа. Разница в том, что ГА работают в пространстве генотипа — кодов решений, в то время как ЭС производят поиск в пространстве фенотипа — векторном пространстве вещественных чисел.

В ЭС учитываются свойства хромосомы «в целом», в отличие от ГА, где при поиске решений исследуются отдельные гены. В природе один ген может одновременно влиять на несколько свойств организма. С другой стороны, одно свойство особи может определяться несколькими генами. Естественная эволюция основана на исследовании совокупности генов, а не отдельного (изолированного) гена.

В эволюционных стратегиях целью является движение особей популяции по направлению к лучшей области ландшафта фитнес-функции. ЭС изначально разработаны для решения многомерных оптимизационных задач, где пространство поиска — многомерное пространство вещественных чисел.

Ранние эволюционные стратегии основывались на популяции, состоящей из одной особи, и в них использовался только один генетический оператор — мутация. Здесь для представления особи (потенциального решения) была использована идея, которая заключается в следующем.

Особь представляется парой действительных векторов:

$$v = (\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}),$$

где $\mathbf{x}$ — точка в пространстве решений и $\boldsymbol{\sigma}$ — вектор стандартных отклонений (вариабельность) от решения. В общем случае особь популяции определяется вектором потенциального решения и вектором «стратегических параметров» эволюции. Обычно это вектор стандартных отклонений (дисперсия), хотя допускаются и другие статистики.

Единственным генетическим оператором в классической ЭС является оператор мутации, который выполняется путём сложения координат вектора-родителя со случайными числами, подчиняющимися закону нормального распределения, следующим образом:

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}^{(t)} + \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}),$$

где $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma})$ — вектор независимых случайных чисел, генерируемых согласно распределению Гаусса с нулевым средним значением и стандартным отклонением $\boldsymbol{\sigma}$. Как видно из приведённой формулы, величина мутации управляется нетрадиционным способом. Иногда эволюционный процесс используется для изменения и самих стратегических параметров $\boldsymbol{\sigma}$, в этом случае величина мутации эволюционирует вместе с искомым потенциальным решением.

Интуитивно ясно, что увеличение отклонения подобно увеличению шага поиска на поверхности ландшафта. Высокая вариабельность способствует расширению пространства поиска и эффективна при нахождении потенциальных зон

(суб)оптимальных решений и соответствует высоким значениям коэффициента мутации. В то же время малые значения вариабельности позволяют сфокусироваться на поиске решения в перспективной области. Стратегические параметры стохастически определяют величину шага поиска: большая вариабельность ведёт к большим шагам.

2.2 Двукратная эволюционная (1+1)-стратегия

Здесь потомок принимается в качестве нового члена популяции (он заменяет своего родителя), если значение фитнес-функции (целевой функции) на нём лучше, чем у его родителя и выполняются все ограничения. Иначе (если значение фитнес-функции на нём хуже, чем у родителя), потомок уничтожается и популяция остаётся неизменной.

Алгоритм процесса эволюции двукратной (1+1)-эволюционной стратегии можно сформулировать следующим образом:

1. Выбрать множество параметров $\mathbf{X}$, необходимых для представления решения данной проблемы, и определить диапазон допустимых изменений каждого параметра: $\{x_1^{min}, x_1^{max}\}, \{x_2^{min}, x_2^{max}\}, \dots, \{x_P^{min}, x_P^{max}\}$. Установить номер поколения $t = 0$; задать стандартное отклонение σ_i для каждого параметра, функцию f , для которой необходимо найти оптимум, и максимальное число поколений k .
2. Для каждого параметра случайным образом выбрать начальное значение из допустимого диапазона: множество этих значений составляет начальную популяцию (из одной особи) $\mathbf{X}^{(t)} = (x_1, x_2, \dots, x_P)$.
3. Вычислить значение оптимизируемой функции f для родительской особи $F_p = f(\mathbf{X}^{(t)})$.
4. Создать новую особь-потомка: $\mathbf{X}^* = \mathbf{X}^{(t)} + \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma})$.
5. Вычислить значение f для особи-потомка $F_o = f(\mathbf{X}^*)$.
6. Сравнить значения функций f для родителя и потомка; если значение потомка F_o лучше, чем у родительской особи, то заменить родителя на потомка $\mathbf{X}^{(t)} = \mathbf{X}^*$, иначе оставить в популяции родителя.
7. Увеличить номер поколения $t = t + 1$.
8. Если не достигнуто максимальное число поколений $t < k$, то переход на шаг 4, иначе выдать найденное решение $\mathbf{X}^{(t)}$.

Несмотря на то, что фактически здесь популяция состоит из одной особи, рассмотренная стратегия называется двукратной ЭС. Причина в том, что здесь фактически происходит конкуренция потомка и родителя.

2.3 Правило успеха 1/5

Обычно вектор стандартных отклонений σ остаётся неизменным в течение всего процесса эволюции. Чтобы оптимизировать скорость сходимости этого процесса, И. Решенберг (основоположник ЭС) предложил правило успеха «1/5».

Смысл его заключается в следующем — правило применяется после каждых k поколений процесса (где k — параметр этого метода):

$$\sigma_i^{(t+1)} = \begin{cases} c_i \cdot \sigma_i^{(t)}, & \text{если } \varphi(k) > 1/5, \\ \sigma_i^{(t)}, & \text{если } \varphi(k) = 1/5, \\ c_d \cdot \sigma_i^{(t)}, & \text{если } \varphi(k) < 1/5, \end{cases}$$

где $\varphi(k)$ — отношение числа успешных мутаций к общему числу произведённых мутаций k (число успехов, делённое на k), которое называется коэффициентом успеха для оператора мутации в течение k последних поколений; величина $c_i > 1$, $c_d < 1$ — регулирует увеличение/уменьшение отклонения мутации.

Обычно на практике оптимальные значения полагают равными следующим величинам: $c_d = 0.82$; $c_i = 1/0.82 = 1.22$. Смысл этого правила в следующем:

- если коэффициент успеха $\varphi(k) > 1/5$, то отклонение $\sigma^{(t+1)}$ увеличивается (мы идём более крупными шагами);
- если коэффициент успеха $\varphi(k) < 1/5$, то отклонение $\sigma^{(t+1)}$ уменьшается (шаг поиска уменьшается).

Таким образом, алгоритм автоматически подстраивает шаг поиска под текущий рельеф функции.

2.4 Многократная эволюционная стратегия

По сравнению с двукратной многократная эволюция отличается не только размером популяции ($N > 2$), но и имеет некоторые дополнительные отличия:

- все особи в поколении имеют одинаковую вероятность выбора для мутации;
- имеется возможность введения оператора рекомбинации, где два случайно выбранных родителя производят потомка по следующей схеме:

$$x_i^{\text{потомок}} = x_i^{q_i}, \quad i = 1, \dots, n,$$

где $q_i = 1$ или $q_i = 2$ (т.е. каждая компонента потомка копируется из первого или второго родителя).

В современной литературе используются следующие обозначения:

- $(1 + 1)$ -ЭС — двукратная стратегия (1 родитель производит 1 потомка);
- $(\mu + 1)$ -ЭС — многократная стратегия (μ родителей производят 1 потомка);

- $(\mu + \lambda)$ -ЭС — μ родителей производят λ потомков и отбор μ лучших представителей производится среди объединённого множества $(\mu + \lambda)$ особей (родителей и потомков);
- (μ, λ) -ЭС — μ особей родителей порождает λ потомков, причём $\lambda > \mu$ и процесс выбора μ лучших производится только на множестве потомков.

Следует подчеркнуть, что в обоих последних видах ЭС обычно число потомков существенно больше числа родителей $\lambda > \mu$ (иногда полагают $\lambda/\mu = 7$).

Многочисленные исследования доказывают, что ЭС не менее эффективно, а часто гораздо лучше справляются с задачами оптимизации в многомерных пространствах, при этом более просты в реализации из-за отсутствия процедур кодирования и декодирования хромосом.

3 Особенности реализации

3.1 Структура модулей

- Модуль `functions.py`: содержит реализацию тестовой функции `axis parallel hyper-ellipsoid` и вспомогательные генераторы диапазонов.
- Модуль `es.py`: ядро эволюционной стратегии. Определены структуры конфигурации, представление особей и популяции, операторы рекомбинации и мутации.
- Модуль `experiments.py`: сценарии серийных экспериментов с переборами параметров и сохранением метрик.
- Модуль `main.py`: точка входа для интерактивных запусков с визуализацией.

3.2 Модуль `functions.py`

Модуль содержит реализацию тестовой функции `axis parallel hyper-ellipsoid`:

```
1 def axis_parallel_hyperellipsoid(x: Array) -> float:
2     """Axis-parallel hyper-ellipsoid benchmark function.
3
4     Parameters:
5     x: Point in  $R^n$ 
6
7     Returns:
8     The value of the hyper-ellipsoid function
9     """
10    indices = np.arange(1, x.shape[0] + 1, dtype=np.float64)
11    return float(np.sum(indices * np.square(x)))
```

Функция принимает вектор NumPy произвольной размерности и возвращает скалярное значение фитнеса. Для двумерного случая формула принимает вид $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2$, для трёхмерного $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2$.

Также определена вспомогательная функция для генерации симметричных границ:

```
1 def default_bounds(dimension: int,
2     lower: float = -5.12,
3     upper: float = 5.12) -> tuple[Array, Array]:
4     """Construct symmetric bounds for each dimension."""
5     x_min = np.full(dimension, lower, dtype=np.float64)
6     x_max = np.full(dimension, upper, dtype=np.float64)
7     return x_min, x_max
```

3.3 Модуль es.py

3.3.1 Структуры данных

Особь представлена классом `Individual`, содержащим координаты решения, стратегические параметры и фитнес:

```
1 @dataclass
2 class Individual:
3     """Single individual of the evolution strategy population."""
4     x: Array      # Coordinates in solution space
5     sigma: Array  # Standard deviations for mutation
6     fitness: float # Fitness value
7
8     def copy(self) -> "Individual":
9         return Individual(self.x.copy(),
10                          self.sigma.copy(),
11                          float(self.fitness))
```

Конфигурация эволюционной стратегии задаётся через `EvolutionStrategyConfig`:

```
1 @dataclass
2 class EvolutionStrategyConfig:
3     fitness_func: FitnessFn
4     dimension: int
5     x_min: Array
6     x_max: Array
7     mu: int          # Number of parents
8     lambda_: int     # Number of offspring
9     mutation_probability: float
10    initial_sigma: Array | float
11    max_generations: int
12    selection: Literal["plus", "comma"] = "comma"
13    recombination: Literal["intermediate", "discrete",
14                          "none"] = "intermediate"
15    success_rule_window: int = 10
16    success_rule_target: float = 0.2
17    sigma_increase: float = 1.22
18    sigma_decrease: float = 0.82
19    # ... other parameters
```

3.3.2 Рекомбинация

Функция `recombine` реализует выбор родителей и создание базового вектора для потомка:

```
1 def recombine(parents: Sequence[Individual],
2               config: EvolutionStrategyConfig) -> tuple[Array, Array, float]:
3     """Recombine parent individuals before mutation.
4
5     Returns:
6         Base vector, sigma and the best parent fitness
7     """
8     if config.recombination == "none":
9         parent = random.choice(parents)
```

```

10         return parent.x.copy(), parent.sigma.copy(), parent.fitness
11
12     selected = random.choices(parents,
13                               k=config.parents_per_offspring)
14
15     if config.recombination == "intermediate":
16         x = np.mean([p.x for p in selected], axis=0)
17         sigma = np.mean([p.sigma for p in selected], axis=0)
18     elif config.recombination == "discrete":
19         mask = np.random.randint(0, len(selected),
20                                  size=config.dimension)
21         x = np.array([selected[mask[i]].x[i]
22                       for i in range(config.dimension)])
23         sigma = np.array([selected[mask[i]].sigma[i]
24                           for i in range(config.dimension)])
25
26     parent_fitness = min(p.fitness for p in selected)
27     return x, sigma, parent_fitness

```

Промежуточная рекомбинация усредняет координаты родителей, дискретная копирует каждую координату из случайно выбранного родителя.

3.3.3 Мутация

Оператор мутации использует логнормальное распределение для адаптации стратегических параметров:

```

1 def mutate(x: Array, sigma: Array,
2            config: EvolutionStrategyConfig,
3            sigma_scale: float) -> tuple[Array, Array]:
4     """Apply log-normal mutation with optional
5        per-coordinate masking."""
6     global_noise = np.random.normal()
7     coordinate_noise = np.random.normal(size=config.dimension)
8
9     # Adapt sigma using log-normal distribution
10    sigma_new = sigma * np.exp(config.tau_prime * global_noise +
11                               config.tau * coordinate_noise)
12    sigma_new = np.clip(sigma_new * sigma_scale,
13                        config.sigma_min, config.sigma_max)
14
15    # Apply mutation steps
16    steps = np.random.normal(size=config.dimension) * sigma_new
17
18    # Optional per-coordinate mutation probability
19    if config.mutation_probability < 1.0:
20        mask = np.random.random(config.dimension) < \
21              config.mutation_probability
22        if not np.any(mask):
23            mask[np.random.randint(0, config.dimension)] = True
24        steps = steps * mask
25        sigma_new = np.where(mask, sigma_new, sigma)
26
27    x_new = np.clip(x + steps, config.x_min, config.x_max)
28    return x_new, sigma_new

```

Параметры τ и τ' вычисляются как $\tau = 1/\sqrt{2\sqrt{n}}$ и $\tau' = 1/\sqrt{2n}$, где n — размерность задачи.

3.3.4 Создание потомков

Функция `create_offspring` генерирует λ потомков и отслеживает успешные мутации:

```

1 def create_offspring(parents: Sequence[Individual],
2                       config: EvolutionStrategyConfig,
3                       sigma_scale: float) -> tuple[list[Individual],
4                                                    list[bool]]:
5     """Create offspring and track successful mutations."""
6     offspring: list[Individual] = []
7     successes: list[bool] = []
8
9     for _ in range(config.lambda_):
10         base_x, base_sigma, best_parent_fitness = \
11             recombine(parents, config)
12         mutated_x, mutated_sigma = \
13             mutate(base_x, base_sigma, config, sigma_scale)
14         fitness = float(config.fitness_func(mutated_x))
15         child = Individual(mutated_x, mutated_sigma, fitness)
16         offspring.append(child)
17         successes.append(fitness < best_parent_fitness)
18
19     return offspring, successes

```

3.3.5 Селекция

Отбор следующего поколения производится согласно выбранной стратегии:

```

1 def select_next_generation(parents: list[Individual],
2                             offspring: list[Individual],
3                             config: EvolutionStrategyConfig) -> list[Individual]:
4     """Select next generation according to the strategy."""
5     if config.selection == "plus":
6         pool = parents + offspring # (mu + lambda)-strategy
7     else:
8         pool = offspring           # (mu, lambda)-strategy
9
10    pool.sort(key=lambda ind: ind.fitness)
11    next_generation = [ind.copy() for ind in pool[:config.mu]]
12    return next_generation

```

3.4 Главная функция алгоритма

Функция `run_evolution_strategy` реализует основной цикл эволюционной стратегии с адаптацией по правилу успеха 1/5:

```

1 def run_evolution_strategy(config: EvolutionStrategyConfig) -> EvolutionStrategyResult:
2     """Main evolution strategy loop with 1/5 success rule."""

```

```

3  # Initialize random seed
4  if config.seed is not None:
5      random.seed(config.seed)
6      np.random.seed(config.seed)
7
8  # Initialize population
9  parents = [Individual(
10      np.random.uniform(config.x_min, config.x_max),
11      config.make_initial_sigma(),
12      0.0
13  ) for _ in range(config.mu)]
14  evaluate_population(parents, config.fitness_func)
15
16  sigma_scale = 1.0
17  success_window: deque[float] = deque()
18
19  for generation_number in range(1, config.max_generations + 1):
20      # Create offspring and track successes
21      offspring, successes = create_offspring(parents, config,
22                                              sigma_scale)
23      success_ratio = sum(successes) / len(successes)
24      success_window.append(success_ratio)
25
26      # Apply 1/5 success rule
27      if len(success_window) == config.success_rule_window:
28          average_success = sum(success_window) / \
29                          len(success_window)
30          if average_success > config.success_rule_target:
31              sigma_scale = min(sigma_scale * config.sigma_increase,
32                               config.sigma_scale_max)
33          elif average_success < config.success_rule_target:
34              sigma_scale = max(sigma_scale * config.sigma_decrease,
35                               config.sigma_scale_min)
36          success_window.clear()
37
38      # Select next generation
39      parents = select_next_generation(parents, offspring, config)
40
41      # Check stopping criteria
42      # ...
43
44  return EvolutionStrategyResult(...)

```

Правило успеха $1/5$ применяется каждые k поколений (по умолчанию $k = 5$): если доля успешных мутаций выше $1/5$, масштаб σ увеличивается в 1.22 раза, если ниже — уменьшается в 0.82 раза.

4 Результаты работы

Для демонстрации работы алгоритма была выполнена визуализация процесса оптимизации двумерной функции ($n = 2$) со следующими параметрами:

- $\mu = 20$ – размер популяции родителей.
- $\lambda = 80$ – число потомков ($\lambda = 4\mu$).
- $p_{mut} = 0.7$ – вероятность мутации каждой координаты.
- Промежуточная рекомбинация двух родителей.
- (μ, λ) -селекция: родители полностью заменяются.
- Адаптивное масштабирование шага мутации по правилу успеха $1/5$.
- Начальное стандартное отклонение $\sigma_0 = 0.15 \cdot (x_{max} - x_{min})$.

Визуализация воспроизводит поверхность целевой функции и положение популяции на каждом шаге. Пошаговый режим позволяет наблюдать влияние изменения дисперсий: при успешных мутациях облако точек расширяется, при неудачах сжимается вокруг текущего минимума. Популяция постепенно консолидируется вокруг глобального минимума в точке $(0, 0)$.

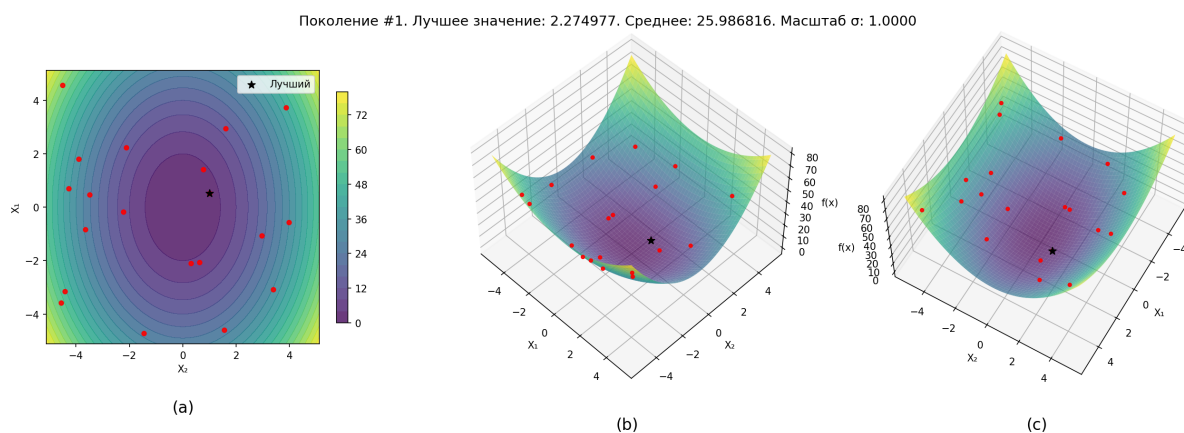


Рис. 1. Поколение 1: начальная популяция и рельеф функции

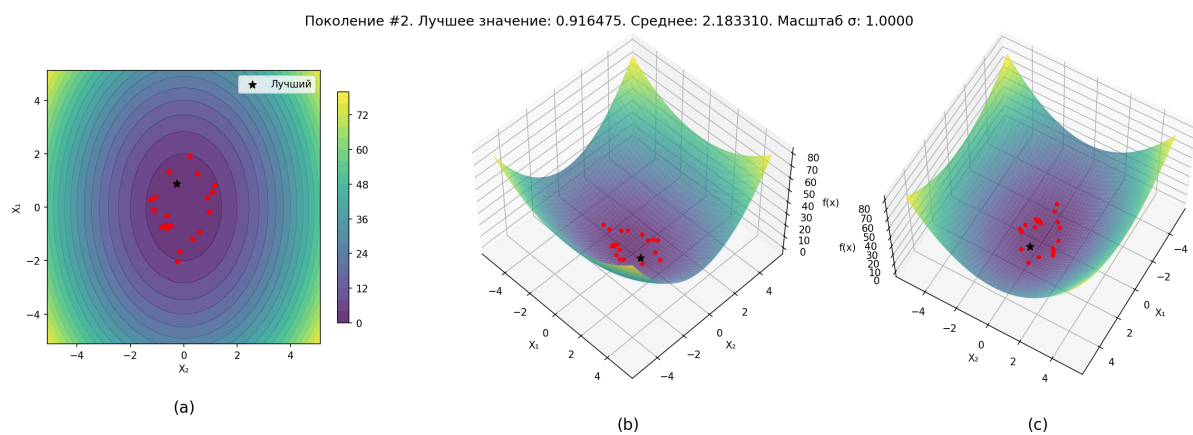


Рис. 2. Поколение 2: адаптация стратегических параметров

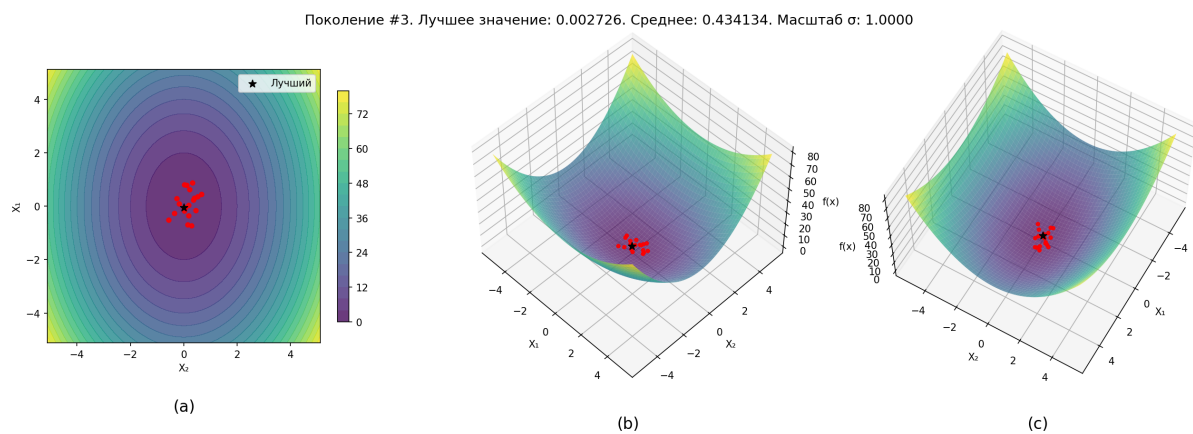


Рис. 3. Поколение 3: фокусировка поиска около минимума

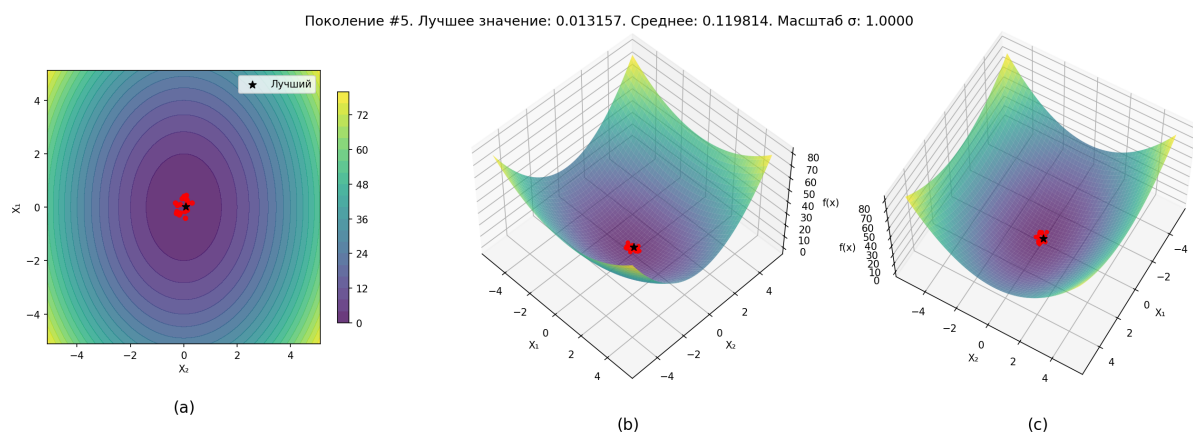


Рис. 4. Поколение 5: сжатие облака решений

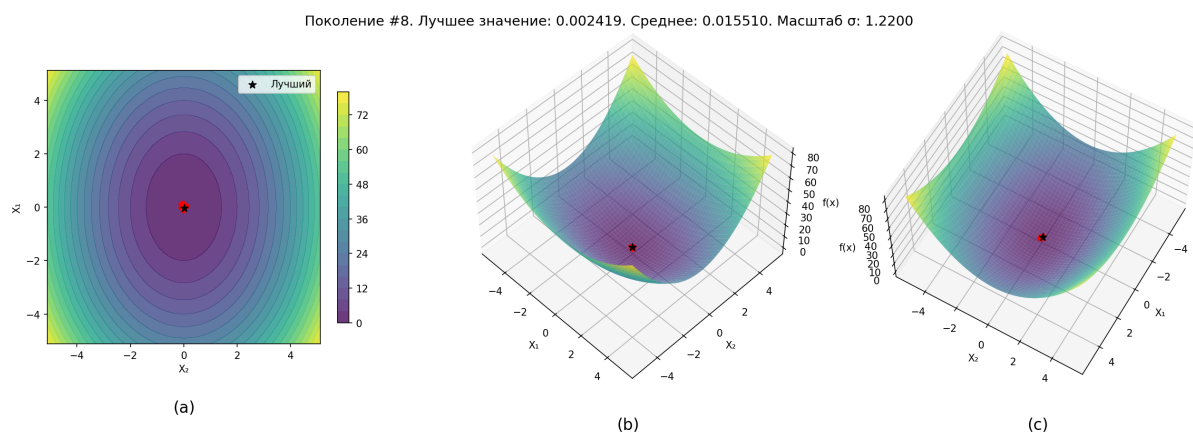


Рис. 5. Поколение 8: стабилизация шага мутации

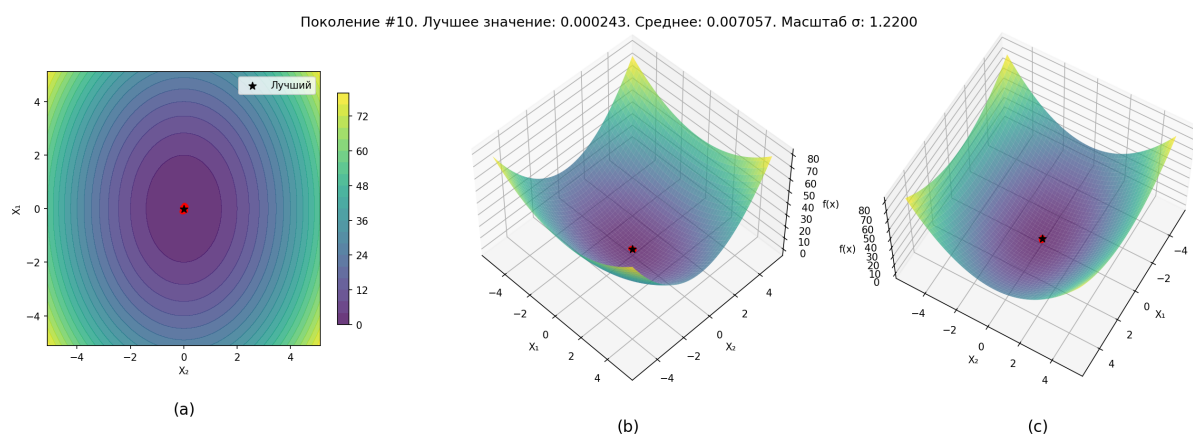


Рис. 6. Поколение 10: движение вдоль долины уровня

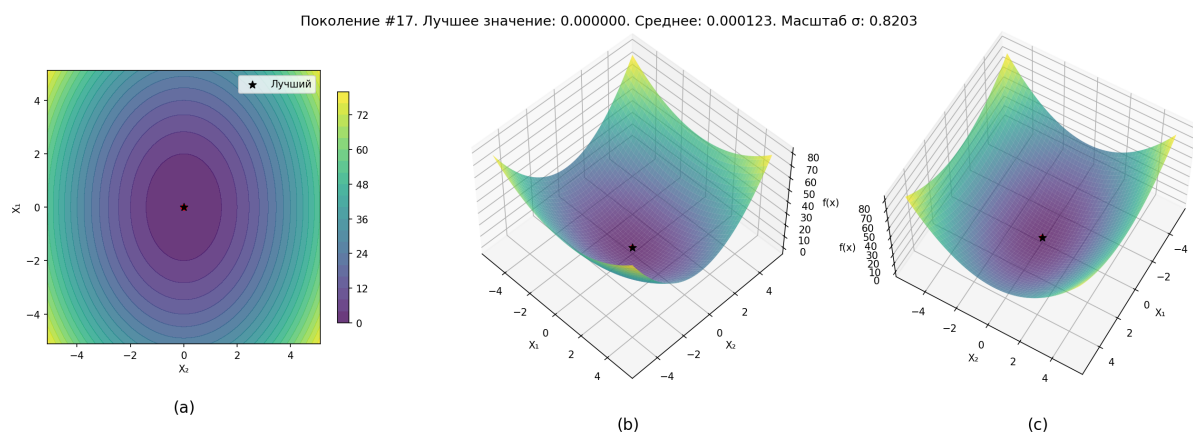


Рис. 7. Поколение 17: окончательная популяция

5 Исследование параметров

В рамках лабораторной работы было проведено исследование влияния размера популяции μ и вероятности мутации p_{mut} на эффективность алгоритма. Для экспериментов использовалась (μ, λ) -стратегия с $\lambda = 5\mu$, промежуточной рекомбинацией и адаптивным масштабированием шага мутации по правилу успеха $1/5$.

5.1 Проведение измерений

Для исследования были выбраны следующие значения параметров:

- $\mu = 5, 10, 20, 40$ – размер популяции родителей.
- $p_{mut} = 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0$ – вероятность мутации каждой координаты.
- Количество независимых запусков для усреднения результатов: 5.
- Критерий остановки: достижение порога $f(\mathbf{x}) < 10^{-6}$ или исчерпание лимита 300 поколений.

Результаты измерений представлены в таблицах 1 и 2. В ячейках указано среднее время выполнения в миллисекундах и среднее число поколений до достижения критерия остановки. Лучшие результаты по времени выполнения и по числу поколений выделены жирным цветом.

Таблица 1. Результаты для $n = 2$. Формат: время в мс (число поколений)

$\mu \setminus p_{mut}$	0.30	0.50	0.70	0.90	1.00
5	60.6 (37)	35.1 (23)	37.9 (25)	29.2 (20)	20.4 (17)
10	69.5 (22)	84.1 (28)	61.1 (21)	48.2 (17)	38.1 (16)
20	109.6 (18)	120.4 (20)	107.0 (18)	100.2 (17)	69.4 (15)
40	239.8 (19)	225.9 (19)	199.9 (17)	180.6 (16)	121.4 (13)

Таблица 2. Результаты для $n = 3$. Формат: время в мс (число поколений)

$\mu \setminus p_{mut}$	0.30	0.50	0.70	0.90	1.00
5	146.0 (88)	212.2 (126)	93.7 (60)	44.8 (29)	30.3 (25)
10	155.9 (49)	149.3 (48)	88.7 (30)	69.8 (24)	55.7 (23)
20	235.5 (38)	199.0 (32)	157.7 (26)	125.8 (21)	105.9 (21)
40	670.3 (53)	374.2 (31)	311.8 (26)	258.2 (22)	194.0 (20)

5.2 Анализ результатов

Анализ экспериментальных данных выявляет следующие закономерности:

- **Влияние вероятности мутации:** Увеличение p_{mut} от 0.3 до 1.0 последовательно улучшает результаты как по времени, так и по числу поколений. Это объясняется тем, что более частая мутация всех координат ускоряет исследование пространства и адаптацию популяции. Лучшие результаты достигаются при $p_{mut} = 1.0$ (мутация всех координат на каждом шаге).
- **Влияние размера популяции:** При малых μ (5-10) алгоритм демонстрирует наименьшее время выполнения и умеренное число поколений. С ростом μ до 40 время увеличивается пропорционально размеру популяции, но число поколений снижается благодаря более широкому охвату пространства поиска. Для двумерной задачи оптимальным является $\mu = 5$, $p_{mut} = 1.0$ (20.4 мс, 17 поколений).
- **Масштабирование на размерность:** При переходе от $n = 2$ к $n = 3$ время выполнения изменяется незначительно (30.3 мс против 20.4 мс для лучшей конфигурации), однако требуется больше поколений (25 против 17). Это связано с усложнением ландшафта целевой функции и необходимостью большего числа итераций для достижения порога 10^{-6} .
- **Эффективность адаптации:** Правило успеха 1/5 обеспечивает автоматическую подстройку масштаба мутации, что позволяет алгоритму быстро сходиться без ручной настройки начального σ . Минимальное число поколений (13 и 20 для $n = 2$ и $n = 3$ соответственно) достигается при больших популяциях ($\mu = 40$) и высокой вероятности мутации ($p_{mut} = 1.0$).

6 Ответ на контрольный вопрос

Вопрос: Что такое направленная мутация?

Ответ: Направленная мутация — это тип мутации, при котором изменения вносятся не случайным образом, а с учётом информации о ландшафте фитнес-функции или направлении улучшения решения. В отличие от обычной (ненаправленной) мутации, которая добавляет случайный шум к параметрам, направленная мутация использует информацию о градиенте функции приспособленности, историю успешных мутаций или другие эвристики, чтобы изменять особь в направлении, с большей вероятностью ведущем к улучшению. Это позволяет ускорить сходимость алгоритма, особенно вблизи оптимума, комбинируя преимущества эволюционного поиска и методов локальной оптимизации.

Заключение

В ходе пятой лабораторной работы реализована программа оптимизации многомерных функций методом эволюционных стратегий. Получены следующие результаты:

1. Изучены теоретические основы $(1+1)$ и популяционных ЭС, включая самонастраивающуюся мутацию и правило успеха $1/5$;
2. Разработана модульная Python-реализация с поддержкой визуализации поиска и гибкой конфигурацией стратегических параметров;
3. Проведены вычислительные эксперименты для измерения влияния размера популяции, интенсивности мутации и схемы адаптации на скорость сходимости при $n = 2$ и $n = 3$;
4. Подготовлена инфраструктура для дальнейшего расширения: сохранение историй поколений, экспорт результатов и интерактивный просмотр шагов оптимизации.

Список литературы

- [1] Методические указания по выполнению лабораторных работ к курсу «Генетические алгоритмы», 119 стр.